



دانشگاه گواران، منبع علمی گواران

نشریه پژوهش‌های حفاظت آب و خاک
جلد بیست و پنجم، شماره چهارم، ۱۳۹۷

<http://jwsc.gau.ac.ir>

DOI: 10.22069/jwsc.2018.14361.2910

تحلیل فراوانی دو متغیره خشکسالی در حوضه آبریز قره‌سو - گرگانرود با استفاده از توابع مفصل

* سعید سعید موسوی ندوشنی^۱، سعید علیمحمدی^۲، علی آهنی^۳، معصومه بهروز^۳ و سعید مصطفی موسوی^۴

^۱ استادیار دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، دانشیار دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست،

دانشگاه شهید بهشتی، ^۲ دانشجوی دکتری مهندسی عمران - مهندسی و مدیریت منابع آب، دانشگاه شهید بهشتی،

^۳ دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی عمران - مهندسی آب، دانشگاه شهید بهشتی

تاریخ دریافت: ۹۶/۱۱/۱۳؛ تاریخ پذیرش: ۹۷/۳/۲۲

چکیده

سابقه و هدف: خشکسالی یک پدیده حادی طبیعی است که می‌تواند ابعاد گوناگون زندگی بشر را تحت تأثیر قرار دهد. شناخت رفتار این پدیده در مدیریت منابع آب که در ارتباط بی‌واسطه با مفهوم خشکسالی است، اهمیت ویژه‌ای دارد. آگاهی از فراوانی رویدادهای خشکسالی با بزرگی مشخص، از جمله مواردی است که می‌تواند در مدیریت و برنامه‌ریزی منابع آب بسیار مفید واقع شود. این آگاهی با استفاده از روش‌های تحلیل فراوانی خشکسالی فراهم می‌شود. با توجه به ماهیت چندمتغیره خشکسالی، مطالعه هر یک از وجوه یا متغیرهای آن به صورت منفرد احتمالاً نمی‌تواند شناخت جامع و کارآمدی از رفتار این پدیده را حاصل کند. از این رو، در سال‌های اخیر روش‌ها و تکنیک‌های متعددی برای تحلیل فراوانی چندمتغیره خشکسالی توسعه یافته‌اند. کاربرد توابع مفصل در تحلیل فراوانی چندمتغیره خشکسالی، یکی از رویکردهایی است که به دلیل ماهیت چندمتغیره خشکسالی و همبستگی میان متغیرهای آن، کارآمدی قابل ملاحظه‌ای در این زمینه از خود نشان داده است. هدف پژوهش حاضر، مطالعه رویدادهای خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیک در حوضه آبریز قره‌سو - گرگانرود و اجرای تحلیل فراوانی دو متغیره خشکسالی در این حوضه به وسیله توابع مفصل بر مبنای دو متغیر شدت و تداوم خشکسالی است که با بررسی روابط میان متغیرهای خشکسالی در این حوضه همراه خواهد بود و نتایج آن می‌تواند در برنامه‌ریزی اقدامات مربوط به مواجهه با خشکسالی در ناحیه مورد مطالعه مورد استفاده قرار گیرد.

مواد و روش‌ها: در مطالعه حاضر از توابع مفصل به منظور اجرای تحلیل فراوانی دو متغیره خشکسالی در حوضه آبریز قره‌سو - گرگانرود استفاده می‌شود. دو متغیر شدت و تداوم خشکسالی بر اساس شاخص‌های خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیک برای تعداد ۲۳ زیرحوضه در ناحیه مورد مطالعه محاسبه و در تحلیل فراوانی به کار گرفته می‌شوند. به علاوه، کارآمدی توابع مفصل مختلف در هر یک از زیرحوضه‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد و دوره‌های بازگشت متناظر با مقادیر شدت و تداوم متوسط خشکسالی در هر زیرحوضه محاسبه می‌شوند. در پایان، نقشه‌های دوره بازگشت خشکسالی‌های هواشناسی و هیدرولوژیک برای ناحیه مورد مطالعه ترسیم می‌شوند.

* مسئول مکاتبه: sa_mousavi@sbu.ac.ir

یافته‌ها: در زیرحوضه‌های مورد مطالعه، بین فراوانی رویدادهای خشکسالی هواشناسی با میانگین‌های متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی رابطه همبستگی معکوس آشکاری وجود دارد. به‌علاوه، همبستگی بالایی بین آماره‌های میانگین دو متغیر شدت خشکسالی و تداوم خشکسالی هواشناسی مشاهده می‌شود. همچنین، بین فراوانی رویدادهای خشکسالی هیدرولوژیک با میانگین تداوم خشکسالی رابطه همبستگی معکوس آشکاری وجود دارد. اما در مورد همبستگی میان متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی هیدرولوژیک، مشاهده می‌شود که مقدار ضریب همبستگی بسیار پایین‌تر از مقدار متناظر بین متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی است. این مسأله می‌تواند به‌میزان قابل‌توجهی ناشی از تأثیر بزرگی مقادیر دبی ثبت شده در هر زیرحوضه بر مقدار متغیر شدت خشکسالی هیدرولوژیک باشد. در مجموع، نتایج بیانگر آن است که بالاترین میزان کارایی برای اجرای تحلیل فراوانی رویدادهای خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیک در ناحیه مورد مطالعه مربوط به تابع مفصل گامبل- هوگارد است. افزون بر این، بر اساس اغلب شاخص‌های مورد بررسی در این مطالعه، بزرگ‌ترین مقادیر دوره بازگشت توأم متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی در زیرحوضه‌های ۱۸ و ۲۲ مشاهده می‌شوند.

نتیجه‌گیری: با توجه به نتایج به‌دست آمده، در ناحیه مورد مطالعه افزایش تجمعی شدت خشکسالی هواشناسی تا حد زیادی ناشی از افزایش تداوم رویداد خشکسالی است. همچنین، در مجموع می‌توان تابع مفصل گامبل- هوگارد را به‌عنوان کارآمدترین گزینه در میان توابع مفصل مورد مطالعه، برای اجرای تحلیل فراوانی خشکسالی در ناحیه مورد مطالعه در نظر گرفت.

واژه‌های کلیدی: تابع مفصل، تحلیل فراوانی دومتغیره، خشکسالی هواشناسی، خشکسالی هیدرولوژیک

مقدمه

تحلیل فراوانی یک رویداد حدی هیدرولوژیک، روشی است برای برآورد دوره بازگشت یک رویداد حدی هیدرولوژیک با بزرگی مشخص و یا برآورد بزرگی یک رویداد حدی هیدرولوژیک با دوره بازگشت مشخص. در تحلیل فراوانی خشکسالی به‌عنوان یک پدیده چندوجهی، خلاصه کردن بزرگی رویداد در یک متغیر، می‌تواند موجب کاهش دقت یک مطالعه و اعتمادپذیری نتایج آن شود. تحلیل فراوانی دومتغیره خشکسالی، این امکان را فراهم می‌کند که دوره بازگشت یک رویداد خشکسالی با شدت و تداوم مشخص برآورد شود. تعداد قابل‌توجهی از تحلیل‌های خشکسالی مبتنی بر تحلیل فراوانی دومتغیره برای ارزیابی رویدادهای خشکسالی و فراهم کردن معیارهای طراحی هیدرولوژیک انجام گرفته‌اند.

خشکسالی‌ها را می‌توان رویدادهای طبیعی با ماهیت تصادفی^۱ دانست که بسته به ویژگی‌ها و پیامدهایشان می‌توانند در چهار طبقه بررسی شوند: خشکسالی هواشناسی، خشکسالی کشاورزی، خشکسالی هیدرولوژیک و خشکسالی اجتماعی- اقتصادی (۵، ۶، ۹ و ۲۵). شناساگرها^۲ و شاخص‌های^۳ خشکسالی، متغیرهایی هستند که برای توصیف مشخصات خشکسالی مانند تداوم^۴، شدت^۵، سختی^۶ و گستردگی مکانی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

- 1- Stochastic
- 2- Indicators
- 3- Indices
- 4- Duration
- 5- Severity
- 6- Intensity

کرد (۲۳). صدری و برن (۲۰۱۲) چارچوبی را برای تحلیل فراوانی منطقه‌ای خشکسالی با استفاده از توابع مفصل ارائه کردند (۲۰). میرعباسی و همکاران (۲۰۱۲) به تحلیل دومتغیره خشکسالی با استفاده از توابع مفصل پرداختند. این مطالعه بر روی شدت و تداوم رویدادهای خشکسالی هواشناسی ایستگاه شرفخانه انجام گرفت (۱۳). وانگ و همکاران (۲۰۱۳) وابستگی متقابل بین خشکسالی هواشناسی و خشکسالی هیدرولوژیک را بر اساس توابع مفصل دومتغیره مورد بررسی قرار دادند (۲۸).

کاربرد توابع مفصل در مطالعات خشکسالی همچنان در حال گسترش است. برای نمونه، نیلاکارانه و سریده‌ها (۲۰۱۷) یک تحلیل چندمتغیره خشکسالی مبتنی بر توابع مفصل برای ارزیابی تغییرات آینده مشخصات خشکسالی در حوضه آبریز پایینی رودخانه مکنونگ ارائه کردند (۲۴). همچنین امیرعطائی و همکاران (۲۰۱۸) توزیع احتمال توأم شدت خشکسالی و درصد مساحت نواحی تحت تأثیر خشکسالی را بر مبنای تابع مفصل در حوضه آبریز دریاچه ارومیه در ایران توسعه دادند و بدین منظور از هفت خانواده مختلف توابع مفصل استفاده کردند (۳). ایانتوبو و همکاران (۲۰۱۸) نیز از چندین تابع پرکاربرد مفصل برای استخراج مدل‌های منطقه‌ای و مکانی ارزیابی ریسک خشکسالی در نواحی اصلی سرزمینی چین طی سال‌های ۱۹۶۱ تا ۲۰۱۳ استفاده کردند (۴). به علاوه، فن‌دی‌فایفر و فن‌دن‌برگ (۲۰۱۸) یک رابطه جدید شدت-مدت-فراوانی ارائه کردند که بر مبنای ویژگی چندمقیاسی فرمول‌بندی شده بود. در این مطالعه، یک مدل مفصل گاوسی^۳ جدید برای محاسبه شاخص کمبود توأم^۴ ارائه شد (۲۶). افزون بر

به‌طور معمول، توزیع‌های توأم^۱ با فرض این که مشخصات خشکسالی، متغیرهای تصادفی مستقلی هستند، یا این که از توزیع تک‌متغیره یکسانی پیروی می‌کنند و شکل‌های چندمتغیره صریحی (مانند نرمال چندمتغیره، نمایی چندمتغیره و گامای چندمتغیره) دارند، به‌صورت تحلیلی به‌دست می‌آیند. با این حال، این دو شرط در اکثر موارد برقرار نیستند، زیرا متغیرهای خشکسالی دارای همبستگی بالایی هستند و ممکن است از توزیع‌های تک‌متغیره متفاوتی پیروی کنند (۲۸). روش‌های مختلفی برای تحلیل دومتغیره خشکسالی‌ها ارائه شده‌اند که محاسبات ریاضی پیچیده و استفاده از پارامترهای برآورده شده بر اساس داده‌های مشاهداتی یا تولید شده از جمله ویژگی‌های این روش‌ها بوده‌اند.

تشکیل توزیع‌های چندمتغیره با استفاده از توابع مفصل^۲ می‌تواند برخی از مشکلات و دشواری‌های توصیف شده را تا حدی برطرف کند. نظریه مفصل که در ابتدا توسط اسکالر (۱۹۵۹) معرفی شد، کاربرد قابل‌توجهی در تحلیل فراوانی دومتغیره و چندمتغیره خشکسالی یافته است. توابع مفصل توابعی هستند که توابع توزیع‌های تک‌متغیره را به‌منظور تشکیل توابع توزیع چندمتغیره به یکدیگر پیوند می‌دهند (۲۳). توابع مفصل دارای قابلیت مدل‌سازی ساختار وابستگی موجود بین متغیرهای تصادفی به‌صورت مستقل از توزیع‌های حاشیه‌ای هستند (۲۲).

شیائو (۲۰۰۶) برای نخستین بار، توابع مفصل را به‌منظور تحلیل فراوانی دومتغیره خشکسالی به‌کار گرفت. او از پنج تابع مفصل دومتغیره برای ساخت یک توزیع توأم بین تداوم و شدت خشکسالی استفاده

3- Gaussian copula model
4- Joint Deficit Index (JDI)

1- Joint distribution
2- Copula

رویدادهای خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیک در حوضه آبریز قره‌سو- گراگرود و اجرای تحلیل فراوانی دومتغیره خشکسالی در این حوضه به‌وسیله توابع مفصل، روابط میان متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی در این حوضه بررسی می‌شود که نتایج آن می‌تواند در برنامه‌ریزی اقدامات مربوط به مواجهه با خشکسالی در ناحیه مورد مطالعه مورد توجه واقع شود.

مواد و روش‌ها

شاخص بارش استاندارد شده: شاخص بارش استاندارد شده^۲ (SPI) یک شاخص ارزیابی خشکسالی هواشناسی است که نخستین بار توسط مک‌کی و همکاران (۱۹۹۳) ارائه شد (۱۲). با استفاده از SPI به‌عنوان یک شناساگر، تعریفی کاربردی و کمی از خشکسالی می‌تواند برای هر مقیاس زمانی تعریف شود. بنا بر پیشنهاد مک‌کی و همکاران (۱۹۹۳)، یک رویداد خشکسالی برای مقیاس زمانی t به‌صورت دوره‌ای تعریف می‌شود که در آن SPI به‌صورت پیوسته منفی است و مقدار SPI به -1 یا کم‌تر می‌رسد (۱۲). خشکسالی هنگامی که SPI به زیر صفر نزول می‌کند آغاز می‌شود و هنگامی که پس از رسیدن به مقدار -1 یا کم‌تر به مقادیر مثبت می‌رسد پایان می‌یابد. با این حال، شیانو (۲۰۰۶) بیان کرد که یک رویداد خشکسالی ممکن است دارای تداوم طولانی باشد به‌طوری‌که شدت یا بزرگی تجمعی آن به مقدار قابل‌توجهی برسد، اما مقدار شاخص SPI علی‌رغم منفی‌بودن و قرار گرفتن در حالت خشکسالی نسبی هرگز به عدد -1 نرسد (۲۲). در این حالت مشکلات جدی ناشی از وقوع خشکسالی به‌ویژه در

بر این، یانگ و همکاران (۲۰۱۸) توابع مفصل چندبعدی^۱ را برای ساخت یک شاخص خشکسالی چندمتغیره غیرخطی مرکب از متغیرهای هواشناسی، هیدرولوژیک و کشاورزی به‌منظور حل رابطه پیچیده و غیرخطی بین متغیرها پیشنهاد کردند. نتایج به‌دست‌آمده بیانگر کارایی توابع مفصل چندبعدی در فراهم کردن یک شاخص جامع خشکسالی برای ارزیابی چندمتغیره خشکسالی بودند (۳۰).

در ایران، به‌ویژه در سال‌های اخیر مطالعات متعددی پیرامون کاربرد توابع مفصل در تحلیل فراوانی متغیرهای هیدرولوژیک صورت پذیرفته است (برای مثال (۲، ۸ و ۱۹)). به‌طور خاص در زمینه شناخت خشکسالی، بررسی عملکرد شاخص‌های مختلف ارزیابی خشکسالی و تحلیل فراوانی خشکسالی نیز مطالعات قابل‌توجهی انجام گرفته است که در تعدادی از آن‌ها به تحلیل دومتغیره خشکسالی به‌ویژه با استفاده از توابع مفصل پرداخته شده است (برای مثال (۷، ۱۵، ۱۵ و ۱۸)).

مروری بر پژوهش‌های انجام گرفته نشان می‌دهد که اغلب مطالعات تنها به مطالعه یکی از انواع رویدادهای خشکسالی پرداخته‌اند. در پژوهش حاضر به‌منظور اعمال اثر هر دو متغیر شدت و تداوم خشکسالی در تحلیل فراوانی رویدادهای خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیک، از توابع مفصل استفاده می‌شود. همچنین تلاش می‌شود تا از طریق مطالعه هم‌زمان رویدادهای خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیک، افزون بر ارتقای سطح شناخت از جنبه‌های مختلف پدیده خشکسالی در ناحیه مورد مطالعه و فراهم کردن امکان برنامه‌ریزی و مدیریت بهینه‌تر منابع آب، در جهت شناخت بیشتر روابط کمی میان این دو نوع رویداد خشکسالی گام برداشته شود. علاوه بر این، با مطالعه

2- Standardized Precipitation Index (SPI)

1- Multidimensional copulas

تداوم و حجم کمبود خود توصیف شود. روش سطح آستانه اغلب به عنوان شاخصی برای ارزیابی خشکسالی هیدرولوژیک به کار می‌رود (۱۰ و ۲۶).

در این مطالعه، از تعریف دبی مرجع^۱ که مبتنی بر تعیین یک سطح آستانه است برای شناسایی، ارزیابی و تحلیل رویدادهای جریان کم استفاده شده است. دبی مرجع به دبی جریانی گفته می‌شود که به عنوان مبنا برای محاسبه شاخص‌های جریان کم در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر، دبی مرجع سطح آستانه‌ای است که اگر دبی جریان در بازه مورد مطالعه از آن کم‌تر شود، پدیده جریان کم رخ خواهد داد (۸). از این رو دبی مرجع را می‌توان به عنوان مرزی میان جریان عادی و جریان خشکسالی معرفی کرد (۳۲).

با توجه به وضعیت داده‌های موجود، در مطالعه حاضر از روش جریان میانگین استفاده شده است. جریان میانگین یکی از پرکاربردترین روش‌های آماری در هیدرولوژی و برنامه‌ریزی‌های منابع آب می‌باشد. این مقدار از تقسیم حاصل جمع تمام داده‌های دبی متوسط روزانه بر تعداد روزهای دارای داده به دست می‌آید (۸).

با در نظر گرفتن تعریف شاخص دبی مرجع، حجم کمبود جریان^۲ عبارت است از تفاضل حجم جریان در حالت دبی مرجع و حجم جریان واقعی در حالت جریان کم (۱۱). به عبارتی، حجم کمبود جریان برابر سطح بین خط مشخص‌کننده دبی مرجع و منحنی هیدروگراف جریان در حالت جریان کم است (۸). بر این اساس، بیان ریاضی حجم کمبود جریان مطابق رابطه ۲ خواهد بود (۱۱):

$$D_n = \int_{t_{n0}}^{t_{n1}} (Q_r - Q(t)) dt \quad (2)$$

1- Reference discharge

2- Deficit

ارتباط با تأمین ذخایر آب ظهور می‌کند. از این رو، شیائو (۲۰۰۶) پیشنهاد کرد که شرط رسیدن SPI به مقدار ۱- از تعریف خشکسالی ارائه شده توسط مک‌کی و همکاران (۱۹۹۳) حذف شود (۲۲، ۱۲). بنابراین، یک رویداد خشکسالی به صورت دوره پیوسته‌ای تعریف می‌شود که در آن مقدار SPI همواره کم‌تر از صفر باشد (۲۲).

تداوم یک رویداد خشکسالی می‌تواند به صورت فاصله زمانی میان آغاز و پایان خشکسالی تعریف شود. همچنین شاخصی برای بزرگی یا شدت خشکسالی می‌تواند مطابق رابطه ۱ ارائه شود (۱۲):

$$S = -\sum_{j=1}^D SPI_{ij} \quad (1)$$

که در آن، S بزرگی خشکسالی یا شدت خشکسالی است و j برای هر مقیاس زمانی i ماهه با اولین ماه خشکسالی آغاز می‌شود و تا ماه پایانی خشکسالی یا به اندازه تداوم خشکسالی (D) ادامه می‌یابد (۱۲ و ۲۳).

در مطالعه حاضر به منظور ارزیابی وضعیت نواحی مورد مطالعه از دیدگاه خشکسالی هواشناسی، آمار بارندگی ماهانه به طول ۴۱ سال به منظور محاسبه شاخص بارش استاندارد شده (SPI) مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین با هدف فراهم آوردن تحلیلی جامع‌تر، محاسبه SPI برای سه مقیاس دوره‌ای سه ماهه، شش ماهه و دوازده ماهه صورت پذیرفته است.

جریان کم و شاخص دبی مرجع: عبارت جریان کم برای توصیف وضعیتی به کار می‌رود که در آن حجم یا دبی جریان در بازه‌ای از رودخانه از حد معینی کم‌تر گردد (۸). تاکنون تعداد قابل توجهی از شاخص‌های جریان کم ارائه شده‌اند. یوجویچ (۱۹۶۷) نوعی از سطح آستانه را با تمرکز بر آماره‌های تحلیل سری زمانی به کار گرفت (۳۱). هر خشکسالی می‌تواند با استفاده از

$$f_{X,Y}(x,y) = c(F_X(x), F_Y(y))f_X(x)f_Y(y) \quad (5)$$

که در آن، $c(\cdot)$ تابع چگالی احتمال C است و مطابق رابطه ۶ تعریف می‌شود:

$$c(u,v) = \frac{\partial^2 C(u,v)}{\partial u \partial v} \quad (6)$$

توزیع توأم دو متغیره، علاوه بر خواص مشترک با توزیع تک‌متغیره، یک ویژگی خاص دارد که به ارتباط بین دو متغیر تصادفی تحت شرایط خاص مربوط می‌شود. دو متغیر تصادفی ممکن است به نوعی وابسته به هم و یا مستقل از یکدیگر باشند. در حالت همبستگی، نوعی همراهی بین دو متغیر دیده می‌شود، در حالی که در حالت استقلال تغییرات آنها وابسته به هم نیست و هر متغیر مستقلاً عمل می‌کند (۱). میزان همبستگی موجود بین دو متغیر تصادفی با استفاده از ضرایب همبستگی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد که در مطالعه حاضر برای این منظور از ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن^۲ استفاده شده است.

تاکنون خانواده‌های مختلفی از توابع مفصل معرفی شده‌اند، با این حال، تعداد زیادی از پژوهشگران این‌گونه اظهار نظر کرده‌اند که در مطالعات هیدرولوژی، استفاده از خانواده توابع مفصل ارشمیدسی به دلیل مزایای ساختاری آن می‌تواند گزینه‌ای بسیار مناسب باشد (۱۶، ۱۷، ۲۵، ۳۳، ۳۴ و ۳۵). توابع مفصل کلیتون^۳، فرانک^۴ و گامبل-هوگارد^۵ از پرکاربردترین توابع مفصل ارشمیدسی در مطالعات مرتبط با خشکسالی هستند (برای مثال (۷، ۱۳، ۱۵، ۲۰، ۲۱، ۲۶ و ۳۴)) که در مطالعه حاضر نیز به کار گرفته شده‌اند.

که در آن، D_n معرف حجم کمبود جریان در n امین رویداد جریان کم، t_{n_0} و t_{n_1} به ترتیب نماینده زمان آغاز و پایان n امین رویداد جریان کم، Q_T نماد دبی مرجع و $Q(t)$ معرف دبی جریان در زمان t است.

طول بازه زمانی که در آن، مقدار جریان به‌طور پیوسته پایین‌تر از مقدار دبی مرجع قرار می‌گیرد، تداوم جریان کم^۱ نامیده می‌شود که با استفاده از رابطه ۳ محاسبه می‌شود:

$$T_n = t_{n_1} - t_{n_0} \quad (3)$$

که در آن، T_n تداوم جریان کم و t_{n_0} و t_{n_1} به ترتیب نماینده زمان آغاز و پایان n امین رویداد جریان کم هستند.

توابع مفصل: با در نظر گرفتن موقعیتی با دو متغیر تصادفی، اگر $F_{X,Y}(x,y)$ یک تابع توزیع دو بعدی با توابع حاشیه‌ای $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ باشد، آن‌گاه تابع مفصل C وجود خواهد داشت به طوری که مطابق رابطه ۴:

$$F_{X,Y}(x,y) = C(F_X(x), F_Y(y)) \quad (4)$$

برعکس، برای هر زوج از توابع تک‌متغیره $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ و تابع مفصل C ، تابع $F_{X,Y}(x,y)$ تعریف شده در بالا، یک تابع توزیع دو بعدی با توابع حاشیه‌ای $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ است. به علاوه، اگر $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ پیوسته باشند، آن‌گاه C منحصر به فرد است. نظریه اسکالر برای حالت‌های شامل بیش از دو متغیر نیز قابل تعمیم است.

با فرض این که توابع حاشیه‌ای، توابع‌های پیوسته با توابع چگالی احتمال $f_X(x)$ و $f_Y(y)$ هستند، تابع چگالی احتمال توأم به صورت رابطه ۵ خواهد بود:

2- Spearman rank correlation coefficient
3- Clayton
4- Frank
5- Gumbel-Hougaard

1- Low-flow duration

را دشت‌ها تشکیل داده‌اند. شکل ۱ محدوده مورد مطالعه را نشان می‌دهد.

در این مطالعه، به‌منظور بررسی و برآورد تغییرات زمانی و مکانی بارش در ناحیه مورد مطالعه، از اطلاعات ۲۸ ایستگاه هواشناسی و ۲۳ ایستگاه هیدرومتری استفاده شده است (شکل ۱). به‌منظور تکمیل داده‌های ناقص و مشکوک، ابتدا دوره مشترک آماری تعیین شده است. لازم به ذکر است که انتخاب این دوره به‌گونه‌ای بوده، که اولاً اکثر ایستگاه‌ها دارای آمار بوده و ثانیاً دوره‌های ترسالی و خشکسالی و نرمال در این دوره وجود داشته باشند. از این‌رو، یک دوره مشترک ۴۱ ساله منطبق بر سال‌های آبی ۱۳۵۱-۵۲ لغایت ۱۳۹۱-۹۲ برای داده‌های جریان و بارش انتخاب شده است. سپس آمار ایستگاه‌هایی که در این دوره آماری دارای کمبود و یا نواقص بوده با استفاده از روابط همبستگی و با رعایت سطح معناداری، با ایستگاه‌های مجاور تکمیل، ترمیم و تطویل شده‌اند. مقادیر میانگین ماهانه بارش و جریان برخی ایستگاه‌ها در شکل ۱ ارائه شده‌اند.

در محدوده مورد مطالعه ۲۳ زیرحوضه تعیین شده و برای هر یک از آن‌ها میزان بارش براساس اطلاعات بارش ایستگاه‌ها و سهم هر یک از آن‌ها براساس مساحت تحت پوشش محاسبه شده است (شکل ۱). مقادیر بارش سالانه زیرحوضه‌ها از ۴۲۹ میلی‌متر در زیرحوضه ۱۷ (غرب حوضه) تا ۹۳۹ میلی‌متر در زیرحوضه ۷ (مرکز حوضه) متغیر است و بارش میانگین حوضه به با روش میانگین‌گیری وزنی برابر ۶۴۷ میلی‌متر حاصل گردیده است.

در مطالعه حاضر، از لگاریتم تابع درست‌نمایی به‌عنوان شاخص نکویی برازش توابع مفصل استفاده شده است. هرچه مقدار حداکثر لگاریتم درست‌نمایی بیشتر باشد، تابع مفصل بیشتر مورد پذیرش است. محاسبه دوره‌های بازگشت توأم: شیائو (۲۰۰۳) روشی را برای محاسبه دوره‌های بازگشت رویدادهای هیدرولوژیک دارای توزیع دومتغیره، به‌عنوان دوره‌های بازگشت توأم پیشنهاد کرد (۲۱). دوره‌های بازگشت توأم تداوم و شدت خشکسالی می‌تواند برای $D \geq d$ و $S \geq s$ مبتنی بر توابع مفصل مطابق رابطه ۷ تعریف شود:

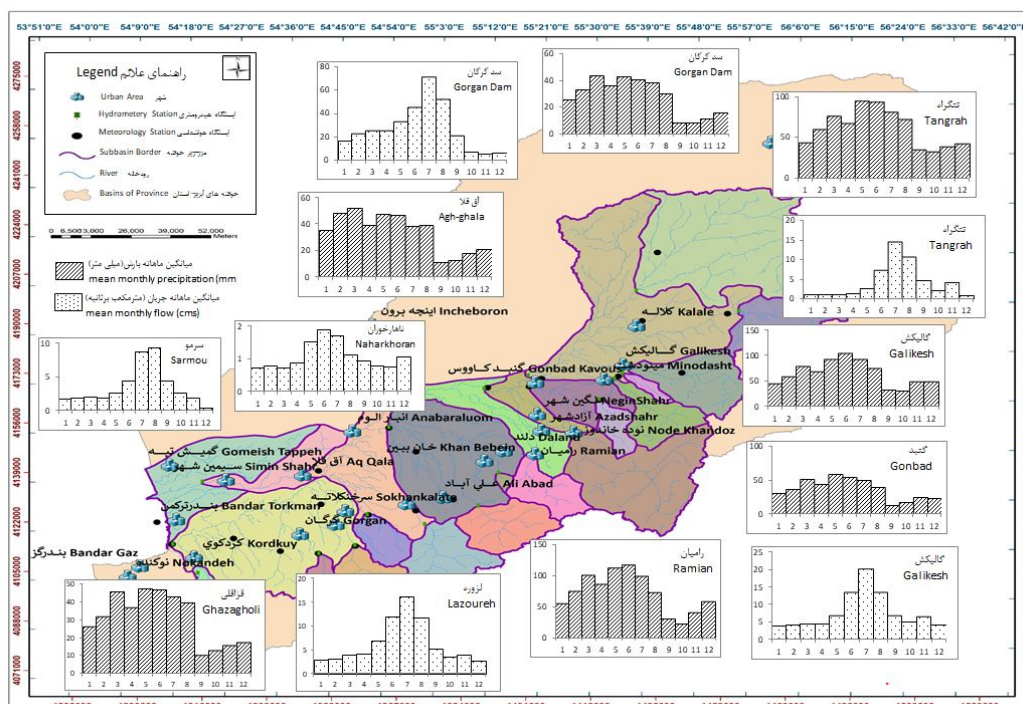
$$T_{DS} = \frac{E(L)}{P(D \geq d, S \geq s)} \quad (7)$$

$$= \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) + F_{DS}(d, s)}$$

$$= \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))}$$

که در آن، T_{DS} معرف دوره بازگشت توأم برای $D \geq d$ و $S \geq s$ است. همچنین L نماینده فاصله زمانی بین رویدادهای خشکسالی^۱ و $E(L)$ امید ریاضی (مقدار متوسط) فاصله زمانی خشکسالی‌های است که می‌تواند بر اساس مشاهدات رویدادهای خشکسالی برآورد شود (۲۱).

مطالعه موردی: حوضه آبریز گرگانرود- قره‌سو در بخش جنوب‌شرقی دریای خزر و بین مختصات جغرافیائی ۵۳-۵۹ تا ۵۶-۲۸ درجه طول شرقی و ۳۵-۳۶ تا ۴۸-۳۷ درجه عرض شمالی واقع شده است. مساحت حوضه آبریز ۱۲۹۳۵ کیلومترمربع است که ۵۶ درصد آن را مناطق کوهستانی و ۴۴ درصد آن



شکل ۱- موقعیت ایستگاه‌های هیدرومتری و هواشناسی محدوده مورد مطالعه.

Figure 1. Locations of hydrometric and hydrometeorological stations in the study area.

مطابق جدول ۱، بر اساس شاخص SPI شش‌ماهه، بالاترین مقادیر میانگین تداوم و شدت رویدادهای خشکسالی مربوط به زیرحوضه ۱۸ است. در ضمن مشاهده می‌شود که در میان زیرحوضه‌ها، زیرحوضه ۱۸ دارای کم‌ترین تعداد رویدادهای خشکسالی است. در مقابل، پایین‌ترین مقادیر میانگین تداوم و شدت رویدادهای خشکسالی بر حسب شاخص SPI شش‌ماهه مربوط به زیرحوضه ۹ است که دارای بیش‌ترین تعداد رویدادهای خشکسالی است. با توجه به جدول ۱، بر حسب شاخص SPI شش‌ماهه نیز بزرگ‌ترین شدت و تداوم یک رویداد خشکسالی در زیرحوضه ۱۸ ثبت شده است.

نتایج و بحث

در جدول ۱ مقادیر میانگین تداوم و شدت رویدادهای خشکسالی بر حسب شاخص SPI سه‌ماهه ارائه شده‌اند. آنچنان که مشاهده می‌شود بالاترین مقادیر میانگین تداوم و شدت رویدادهای خشکسالی مربوط به زیرحوضه ۳ است. در عین حال، مشاهده می‌شود که در میان زیرحوضه‌ها، زیرحوضه ۳ دارای کم‌ترین تعداد رویدادهای خشکسالی است. در سوی دیگر، پایین‌ترین مقادیر میانگین تداوم و شدت رویدادهای خشکسالی بر حسب شاخص SPI سه‌ماهه مربوط به زیرحوضه ۲۲ است که دارای بیش‌ترین تعداد رویدادهای خشکسالی است. به‌علاوه، بزرگ‌ترین مقادیر بیشینه شدت و تداوم یک رویداد خشکسالی در زیرحوضه ۱۸ مشاهده شده است.

جدول ۱- آماره‌های توصیفی متغیرهای خشکسالی بر اساس شاخص‌های SPI.
 Table 1. Descriptive statistics of drought variables based on the SPI indices.

تداوم (ماه) Duration (month)		شدت (SPI دوازده ماهه) Severity (12-month SPI)		تداوم (ماه) Duration (month)		شدت (SPI شش ماهه) Severity (6-month SPI)		تداوم (ماه) Duration (month)		شدت (SPI سه ماهه) Severity (3-month SPI)		فراوانی رویدادها frequency	زیرحوضه subbasin
بیشینه max. میانگین mean	بیشینه max. میانگین mean	بیشینه max. میانگین mean	بیشینه max. میانگین mean	بیشینه max. میانگین mean	بیشینه max. میانگین mean	بیشینه max. میانگین mean	بیشینه max. میانگین mean	بیشینه max. میانگین mean	بیشینه max. میانگین mean				
71	16.06	63.23	12.53	22	6.33	42.96	5.07	18	5.54	33.35	4.35	46	1
84	11.5	103.8	8.93	31	5.93	33.95	4.74	22	5.18	17.88	4.17	49	2
71	20.75	59.25	16.71	22	6.23	39.81	4.95	18	5.69	31.26	4.46	<u>45</u>	3
69	17.57	62.51	14.42	29	6.63	28.35	5.24	21	5.23	17.64	4.27	47	4
67	13.68	80.64	10.53	31	6.20	31.34	4.88	21	4.86	17.64	4.01	51	5
47	14.39	40.91	11.13	21	5.83	24.47	4.72	21	5.14	18.57	4.15	49	6
46	10.38	37.01	8.24	20	5.48	23.52	4.52	21	5.10	17.82	4.09	50	7
53	10.83	65.01	8.56	29	6.13	25.57	5.15	13	4.94	13.24	3.87	52	8
46	10	37.7	7.91	21	<u>4.86</u>	23.56	<u>3.96</u>	21	4.98	17.84	4.09	50	9
38	9.04	39.42	7.40	18	5.55	23.36	4.56	10	4.86	10.00	4.02	51	10
65	11.95	75.14	8.94	30	5.93	29.39	4.79	22	5.14	17.52	4.17	49	11
32	9.14	37.91	7.06	20	5.81	22.59	4.67	10	4.76	9.65	3.85	53	12
38	9.58	37.72	7.66	18	5.42	22.57	4.46	10	5.00	9.79	4.16	49	13
37	10.74	35.73	8.77	18	6.00	19.13	4.90	17	5.06	14.67	4.07	50	14
48	9.04	43.8	7.63	21	6.60	22.64	5.38	16	4.26	17.51	3.42	58	15
37	11.71	32.79	9.46	18	5.86	21.90	4.77	18	5.12	16.45	4.08	50	16
37	11	34.35	8.55	18	6.02	21.85	4.90	10	4.82	10.79	4.03	51	17
43	13.67	68.56	10.75	33	8.45	59.41	6.76	30	4.72	53.71	3.74	53	18
34	11.95	37.46	9.64	20	6.05	20.36	4.91	11	4.21	9.89	3.50	57	19
83	13.1	88.12	9.88	31	6.66	47.13	5.26	18	5.17	23.28	4.31	47	20
120	14.65	90.52	11.69	32	6.73	26.56	5.38	19	4.59	16.37	3.76	53	21
61	9.88	75.96	7.86	32	5.98	51.33	4.94	30	<u>3.97</u>	43.50	<u>3.30</u>	60	22
36	<u>8.82</u>	42.02	<u>6.98</u>	28	6.65	26.09	5.44	13	4.49	10.25	3.65	55	23

توضیح: مقادیر حداقل با خط زیرین و مقادیر حداکثر به صورت پررنگ مشخص شده‌اند.

افزایش تجمعی شدت خشکسالی بیش از هر عامل دیگر ناشی از افزایش تداوم رویداد خشکسالی است. در مقابل، با افزایش میانگین تداوم رویدادهای خشکسالی در یک بازه زمانی معین، تعداد رویدادهای خشکسالی مشاهده شده در یک زیرحوضه کاهش می‌یابد.

در جدول ۲، مقادیر ضریب همبستگی اسپیرمن بین برخی آماره‌های توصیفی متغیرهای مربوط به رویدادهای خشکسالی هواشناسی نشان داده شده‌اند. نتایج بیانگر آن هستند که در زیرحوضه‌های مورد مطالعه، بین فراوانی رویدادهای خشکسالی با میانگین‌های متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی رابطه همبستگی معکوس آشکاری وجود دارد. همچنین مشاهده می‌شود که مطابق انتظار، همبستگی رتبه‌ای بالایی بین آماره‌های میانگین دو متغیر شدت خشکسالی و تداوم خشکسالی وجود دارد.

بر اساس نتایج مندرج در این جدول، بالاترین مقادیر میانگین تداوم و شدت رویدادهای خشکسالی بر حسب شاخص SPI دوازده‌ماهه مربوط به زیرحوضه ۳ است. همچنین در میان زیرحوضه‌های مورد بررسی زیرحوضه ۳ دارای کم‌ترین تعداد رویدادهای خشکسالی است. در سوی دیگر، پایین‌ترین مقادیر میانگین تداوم و شدت رویدادهای خشکسالی بر حسب شاخص SPI دوازده‌ماهه مربوط به زیرحوضه ۲۲ است که در کنار زیرحوضه ۱۲ دارای بیش‌ترین تعداد رویدادهای خشکسالی است. بر مبنای شاخص SPI دوازده‌ماهه، بزرگ‌ترین شدت یک رویداد خشکسالی به‌ترتیب در در زیرحوضه‌های ۲ و ۲۱ و بیش‌ترین تداوم یک رویداد خشکسالی نیز به‌ترتیب در دو زیرحوضه ۲۱ و ۲ به ثبت رسیده است.

در واقع، بنا بر نتایج ارائه شده در جدول ۱، می‌توان چنین استنباط کرد که در یک زیرحوضه

جدول ۲- ضریب همبستگی اسپیرمن بین برخی آماره‌های توصیفی متغیرهای رویدادهای خشکسالی هواشناسی.

Table 2. Spearman's correlation coefficient between some descriptive statistics of the variables of meteorological drought events.

ضریب همبستگی اسپیرمن بین آماره‌ها Spearman's correlation coefficient between the statistics			شاخص index
میانگین تداوم mean of duration	فراوانی رویدادهای خشکسالی frequency of drought events	آماره statistic	
	-0.97	میانگین تداوم mean of duration	SPI سه‌ماهه
0.97	-0.99	میانگین شدت mean of severity	3-month SPI
	-0.97	میانگین تداوم mean of duration	SPI شش‌ماهه
0.96	-0.99	میانگین شدت mean of severity	6-month SPI
	-0.99	میانگین تداوم mean of duration	SPI دوازده‌ماهه
0.99	-0.99	میانگین شدت mean of severity	12-month SPI

تحلیل فراوانی خشکسالی برگزیده می‌شود. به علاوه، در برازش توابع مفصل بر متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی براساس شاخص SPI شش ماهه، تابع مفصل گامبل- هوگارد عملکرد بهینه در ۶۹/۶٪ موارد، برای اجرای فرآیند تحلیل فراوانی در زیرحوضه‌های مربوطه انتخاب می‌شود. در برازش توابع مفصل بر متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی بر اساس شاخص SPI دوازده ماهه نیز تابع مفصل فرانک گزینه منتخب برای اجرای تحلیل فراوانی در ۶۰/۹٪ زیرحوضه‌ها است و از این نظر عملکرد بهینه را به نمایش می‌گذارد.

پس از انتخاب تابع مفصل بهینه برای توزیع توأم متغیرهای خشکسالی در هر زیرحوضه و بر مبنای هر یک از سه شاخص، برای هر زیرحوضه با استفاده از رابطه ۷، دوره‌های بازگشت توأم خشکسالی برای $D \geq d$ و $S \geq s$ بر مبنای SPI سه‌ماهه، شش‌ماهه و دوازده‌ماهه محاسبه شدند. در شکل ۲ نقشه مربوط به مقادیر دوره‌های بازگشت توأم متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی در هر زیرحوضه بر حسب شاخص‌های SPI سه‌ماهه نشان داده شده است.

پس از محاسبه مقادیر SPI سه‌ماهه، شش‌ماهه و دوازده‌ماهه برای هر یک از نواحی، رویدادهای خشکسالی شناسایی شدند و مقادیر تداوم خشکسالی و شدت خشکسالی به‌عنوان دو متغیر توصیف‌کننده رویدادهای خشکسالی بر اساس هر یک از سه شاخص مذکور مورد محاسبه قرار گرفتند. سپس، برای هر زیرحوضه توزیع حاشیه‌ای مربوط به هر یک از دو متغیر مذکور استخراج شد. در گام بعد، برازش سه تابع مفصل کلیتون، فرانک و گامبل- هوگارد از توابع مفصل ارشمیدسی، برای تعیین توزیع توأم دو متغیر تداوم و شدت خشکسالی مورد بررسی قرار گرفت. برای هر زیرحوضه، تابع مفصلی که کم‌ترین مقدار لگاریتم درست‌نمایی را ارائه نمود، به‌عنوان گزینه بهینه توزیع توأم خشکسالی آن زیرحوضه برگزیده شد. نتایج حاصل از این محاسبات به‌صورت خلاصه در جدول ۳ ارائه شده است.

بررسی نتایج نشان داد که در برازش توابع مفصل بر متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی براساس شاخص SPI سه ماهه، تابع مفصل کلیتون بهترین نتایج را حاصل می‌کند به‌طوری‌که در ۵۲/۲٪ زیرحوضه‌ها، تابع مفصل کلیتون برای ادامه فرآیند

جدول ۳- فراوانی نسبی توابع مفصل به‌عنوان گزینه بهینه برای برازش بر متغیرهای رویدادهای خشکسالی هواشناسی در زیرحوضه‌ها.

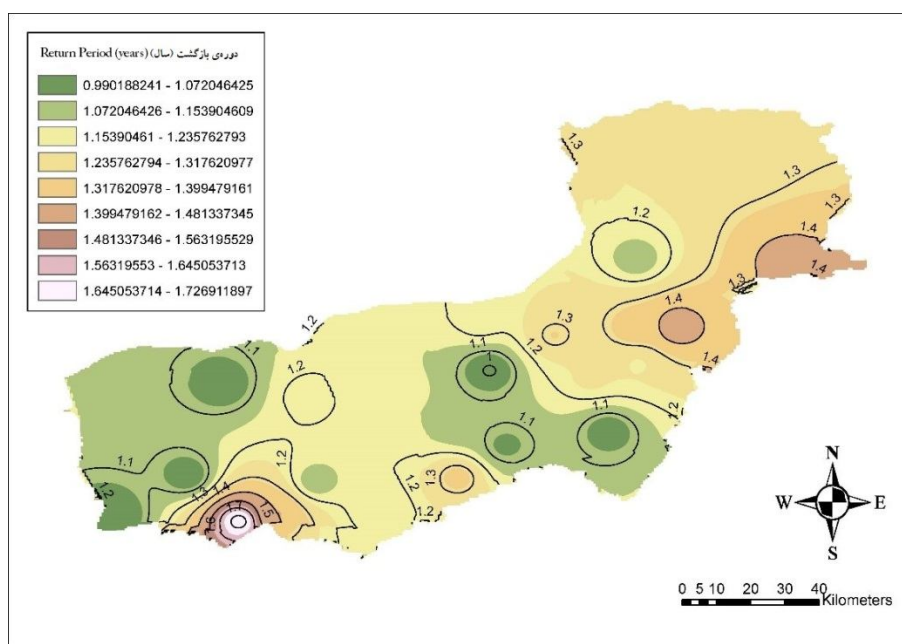
Table 3. Relative frequency of the copulas as optimum option for fitting to the variables of meteorological drought events in the subbasins.

فراوانی نسبی (%) relative frequency (%)			شاخص index
گامبل- هوگارد Gumbel-Hougaard	فرانک Frank	کلیتون Clayton	
21.7	26.1	52.2	SPI سه‌ماهه 3-month SPI
69.6	21.7	8.7	SPI شش‌ماهه 6-month SPI
34.8	60.9	4.3	SPI دوازده‌ماهه 12-month SPI

۱۹ و ۲۳ در مناطق غربی ناحیه مورد مطالعه نیز وضعیت مشابهی دارند.

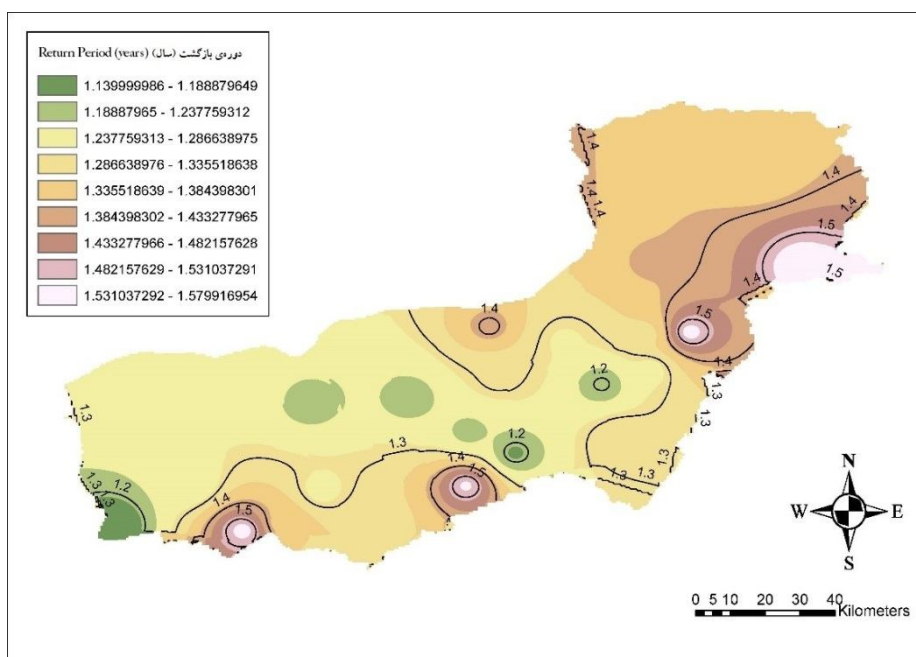
مطابق شکل ۳، دوره‌های بازگشت بزرگی متناظر با مقادیر دوره بازگشت توأم متناظر با شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی بر حسب شاخص SPI شش‌ماهه، در مناطق جنوب و جنوب‌غرب ناحیه مورد مطالعه مشاهده می‌شوند که اغلب مربوط به زیرحوضه‌های ۱۸، ۲۰ و ۲۲ هستند. به‌علاوه، در مناطق شرقی و شمالی، دوره‌های بازگشت بزرگی متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی در زیرحوضه‌های ۱، ۳ و ۴ حاصل شده‌اند. در مناطقی که در محدوده زیرحوضه‌های ۸، ۱۰، ۱۴ و ۱۹ واقع شده‌اند، اغلب مقادیر دوره بازگشت توأم متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی بر اساس شاخص SPI شش ماهه نسبتاً کوچک است.

مطابق این شکل، بزرگ‌ترین مقادیر دوره بازگشت توأم متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی، در جنوب و جنوب‌غرب ناحیه مورد مطالعه مشاهده می‌شوند که اغلب مربوط به زیرحوضه‌های ۱۸، ۲۲ و ۲۳ هستند. همچنین در مناطق شرق و شمال‌شرق ناحیه مورد مطالعه نیز دوره‌های بازگشت نسبتاً بزرگی قابل مشاهده هستند که این دوره‌های بازگشت را می‌توان متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی در زیرحوضه‌های ۱، ۳ و ۴ ارزیابی کرد. در سوی دیگر، زیرحوضه‌های ۸، ۱۰ و ۱۱ که تقریباً در مناطق مرکزی ناحیه مورد مطالعه واقع شده‌اند، دارای مقادیر کوچک‌تر دوره‌های بازگشت متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی بر مبنای شاخص SPI سه ماهه هستند. زیرحوضه‌های ۱۶، ۱۷،



شکل ۲- دوره بازگشت توأم (بر حسب سال) متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی برای $D \geq d$ و $S \geq s$ بر حسب SPI سه‌ماهه.

Figure 2. Joint return period (in terms of year) corresponding to the average values of drought severity and duration for $D \geq d$ and $S \geq s$ in terms of 3-month SPI.



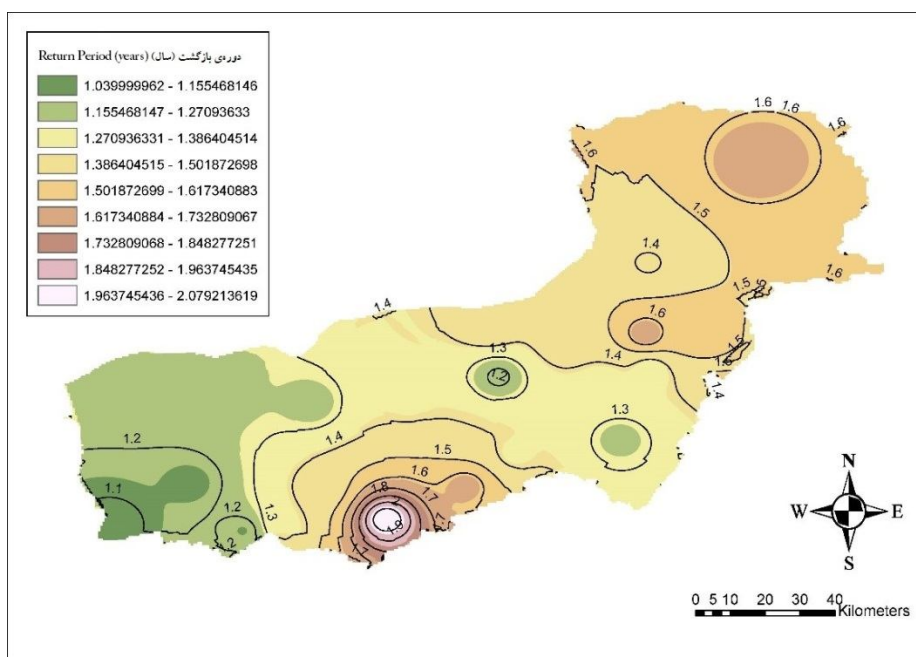
شکل ۳- دوره بازگشت توأم (بر حسب سال) متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی برای $D \geq d$ و $S \geq s$ بر حسب SPI شش ماهه.

Figure 3. Joint return period (in terms of year) corresponding to the average values of drought severity and duration for $D \geq d$ and $S \geq s$ in terms of 6-month SPI.

مورد مطالعه و در محدوده زیرحوضه‌های ۱۶، ۱۷ و ۲۳ مشاهده می‌شوند. در دو زیرحوضه ۱۶ و ۱۷، تابع مفصل فرانک و در زیرحوضه ۲۳، تابع مفصل گامبل- هوگارد گزینه منتخب جهت اجرای تحلیل فراوانی خشکسالی هواشناسی است.

مطابق نتایج مندرج در جدول ۴، بالاترین و پایین‌ترین مقادیر میانگین تداوم و شدت رویدادهای خشکسالی بر حسب شاخص دبی مرجع، به ترتیب مربوط به زیرحوضه‌های ۱۶ و ۲۳ هستند. افزون بر این، در میان زیرحوضه‌ها، زیرحوضه‌های ۱۶ و ۲۳، به ترتیب دارای کم‌ترین و بیش‌ترین تعداد رویدادهای خشکسالی هستند. همچنین بزرگ‌ترین مقادیر بیشینه شدت و تداوم یک رویداد خشکسالی هیدرولوژیک مربوط به زیرحوضه ۱۶ است.

با توجه به شکل ۴، بزرگ‌ترین مقادیر دوره بازگشت توأم متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی بر حسب شاخص SPI دوازده ماهه، در مناطق جنوب ناحیه مورد مطالعه و در محدوده زیرحوضه‌های ۲۰، ۲۱ و ۲۲ مشاهده می‌شود. در این مورد، در هر سه زیرحوضه تابع مفصل گامبل- هوگارد، تابع برگزیده برای اجرای تحلیل فراوانی خشکسالی هواشناسی در زیرحوضه‌ها است. افزون بر این، در مناطق شرق و شمال ناحیه مورد مطالعه، در محدوده زیرحوضه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ نیز دوره‌های بازگشت نسبتاً بزرگی ظاهر می‌شوند. مطابق این شکل، بر اساس شاخص SPI دوازده ماهه، کوچک‌ترین مقادیر دوره بازگشت توأم متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی، در غرب ناحیه



شکل ۴- دوره بازگشت توأم (بر حسب سال) متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی برای $D \geq d$ و $S \geq s$ بر حسب SPI دوازده‌ماهه.

Figure 4. Joint return period (in terms of year) corresponding to the average values of drought severity and duration for $D \geq d$ and $S \geq s$ in terms of 12-month SPI.

بر اساس مقادیر ضریب همبستگی اسپیرمن بین برخی آماره‌های توصیفی متغیرهای مربوط به رویدادهای خشکسالی هیدرولوژیک که در جدول ۵ ارائه شده‌اند، بین فراوانی رویدادهای خشکسالی با میانگین متغیر تداوم خشکسالی در زیرحوضه‌ها رابطه همبستگی معکوس آشکاری وجود دارد. اما در مورد همبستگی میان متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی هیدرولوژیک، مشاهده می‌شود که مقدار ضریب همبستگی اسپیرمن بسیار پایین‌تر از مقدار متناظر بین متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی هواشناسی است که این مورد آن‌چنان که پیش‌تر توضیح داده شد، می‌تواند به میزان قابل‌توجهی ناشی از تأثیرپذیری مقدار متغیر شدت خشکسالی هیدرولوژیک از بزرگی مقادیر دبی ثبت شده در هر زیرحوضه باشد.

باید توجه داشت که متغیر شدت خشکسالی هیدرولوژیک که بر اساس شاخص دبی مرجع مورد محاسبه قرار گرفته است از جنس دبی است و بزرگی آن تا حد قابل‌توجهی تابع بزرگی مقادیر دبی ثبت شده در زیرحوضه‌ها خواهد بود که خود می‌تواند متأثر از عواملی چون مساحت سطح زیرحوضه باشد. از این‌رو، بدیهی است که در مورد خشکسالی هیدرولوژیک نمی‌توان با مقایسه مقادیر شدت خشکسالی در زیرحوضه‌های مختلف و بررسی رابطه همبستگی آن با متغیر تداوم خشکسالی در زیرحوضه‌های متناظر انتظار داشت که رابطه همبستگی آشکاری میان این متغیرها یافت شود.

جدول ۴- آماره‌های توصیفی متغیرهای رویدادهای خشکسالی بر حسب شاخص دبی مرجع.

Table 4. Descriptive statistics of drought events variables based on the reference discharge index.

تداوم (ماه) duration (month)		شدت (میلیون مترمکعب کمبود) severity (MCM of deficit)		فراوانی رویدادها frequency	زیرحوضه subbasin
بیشینه maximum	میانگین mean	بیشینه maximum	میانگین mean		
21	7.96	174.30	62.22	47	1
22	5.78	161.40	36.01	63	2
22	7.72	218.10	74.13	47	3
20	7.53	54.20	15.46	47	4
15	5.78	635.10	196.70	60	5
13	6.64	125.90	56.48	53	6
33	6.75	435.40	60.30	52	7
22	6.35	189.70	45.18	55	8
11	6.81	348.50	198.90	52	9
11	7.02	82.25	45.97	53	10
20	6.51	1266.00	387.40	55	11
34	6.57	2047.00	317.70	54	12
10	5.78	36.60	15.24	58	13
22	7.14	542.50	134.90	51	14
30	6.45	80.03	12.38	56	15
53	8.63	61990.00	9206.00	41	16
34	7.64	2883.00	494.50	47	17
23	4.63	36.23	5.13	67	18
19	5.33	17.91	<u>4.97</u>	67	19
22	7.06	186.80	50.51	52	20
13	7.63	79.55	34.86	48	21
21	6.67	55.47	11.33	51	22
21	<u>4.55</u>	206.40	41.25	73	23

توضیح: مقادیر حداقل با خط زیرین و مقادیر حداکثر به صورت پررنگ مشخص شده‌اند.

مقابل، کوچک‌ترین دوره‌های بازگشت توأم متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم رویدادهای خشکسالی هیدرولوژیک در محدوده زیرحوضه‌های ۱، ۹، ۱۰ و ۱۲ مشاهده می‌شوند.

در مجموع در تحلیل فراوانی رویدادهای خشکسالی هیدرولوژیک بر مبنای شاخص جریان کم، در سطح محدوده مورد مطالعه دوره‌های بازگشت توأم بزرگ در محدوده زیرحوضه‌هایی ظاهر شده‌اند که تابع مفصل برگزیده برای اجرای تحلیل فراوانی خشکسالی در آنها، تابع مفصل گامبل- هوگارد است. این نتیجه، مطابق با نتایج به‌دست آمده در برخی مطالعات تحلیل فراوانی دو متغیره یا چندمتغیره خشکسالی (۲۱، ۲۵، ۲۹ و ۳۶) است.

نتیجه‌گیری کلی

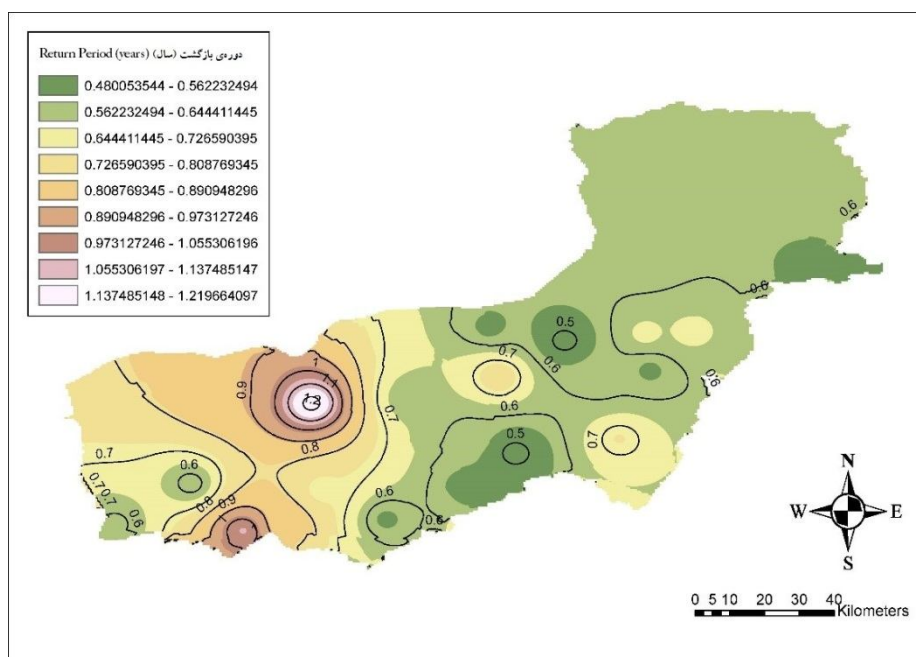
در این مطالعه، تحلیل فراوانی دو متغیره خشکسالی‌های هواشناسی و هیدرولوژیک مبتنی بر متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی در حوضه آبریز گرگانرود- قره‌سو، با استفاده توابع مفصل مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به‌دست‌آمده بیانگر آن است که در زیرحوضه‌های مورد مطالعه، بین فراوانی رویدادهای خشکسالی با میانگین‌های متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی رابطه همبستگی معکوس آشکاری وجود دارد. به‌علاوه، همبستگی بالایی بین آماره‌های میانگین دو متغیر شدت خشکسالی و تداوم خشکسالی مشاهده می‌شود.

پس از شناسایی رویدادهای خشکسالی، بررسی نتایج مربوط به انتخاب توابع مفصل به‌عنوان گزینه بهینه برای اجرای تحلیل فراوانی نشان داد که در برازش توابع مفصل بر متغیرهای شدت و تداوم خشکسالی هیدرولوژیک بر اساس شاخص جریان کم، تابع مفصل گامبل- هوگارد بهترین نتایج را حاصل می‌کند. در واقع در ۵۲٪ زیرحوضه‌ها، تابع مفصل گامبل- هوگارد برای ادامه فرآیند تحلیل فراوانی خشکسالی برگزیده می‌شود. توابع مفصل فرانک و کلیتون به‌ترتیب در ۲۶٪ و ۲۱٪ زیرحوضه‌ها، برای ادامه فرآیند تحلیل فراوانی در زیرحوضه‌های مرتبط انتخاب می‌شوند. در مجموع، با بررسی این نتایج می‌توان چنین استنباط کرد که تابع مفصل گامبل- هوگارد بالاترین میزان کارایی را برای اجرای تحلیل فراوانی رویدادهای خشکسالی هیدرولوژیک در ناحیه مورد مطالعه به نمایش می‌گذارد. کارآمدی تابع مفصل گامبل- هوگارد در تحلیل فراوانی دو متغیره رویدادهای خشکسالی در مطالعات مختلف (۲۱، ۲۵، ۲۹ و ۳۶) تأیید شده است. مطابق شکل ۵، بزرگ‌ترین مقادیر دوره بازگشت توأم متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی هیدرولوژیک، در مناطق غرب و جنوب غرب ناحیه مورد مطالعه مشاهده می‌شوند. این مقادیر اغلب مربوط به زیرحوضه‌های ۱۶، ۱۷، ۱۸ و ۲۲ هستند و در هر چهار زیرحوضه مذکور، تابع مفصل گامبل- هوگارد به‌عنوان گزینه برگزیده جهت انجام تحلیل فراوانی خشکسالی انتخاب شده است. در

جدول ۵- ضریب همبستگی اسپیرمن بین برخی آماره‌های توصیفی متغیرهای رویدادهای خشکسالی هیدرولوژیک

Table 5. Spearman's correlation coefficient between some descriptive statistics of the variables of hydrological drought events.

میانگین تداوم mean of duration	فراوانی رویدادهای خشکسالی frequency of drought events	آماره statistic
	-0.97	میانگین تداوم mean of duration
0.51	-0.45	میانگین شدت mean of severity



شکل ۵- دوره بازگشت توأم (بر حسب سال) متناظر با مقادیر میانگین شدت و تداوم خشکسالی هیدرولوژیک برای $S \geq s$ و $D \geq d$ بر حسب شاخص جریان کم.

Figure 5. Joint return period (in terms of year) corresponding to the average values of hydrological drought severity and duration for $D \geq d$ and $S \geq s$ in terms of the low-flow index.

زیرحوضه‌هایی ظاهر شده‌اند که تابع مفصل برگزیده برای اجرای تحلیل فراوانی خشکسالی هواشناسی در آن‌ها، تابع مفصل گامبل- هوگارد است. کارایی مناسب تابع مفصل گامبل- هوگارد مطابق یافته‌هایی است که در برخی دیگر از مطالعات تحلیل فراوانی دومتغیره یا چندمتغیره خشکسالی نیز اعلام شده است (۲۱، ۲۵، ۲۹ و ۳۶). در مطالعه حاضر تحلیل فراوانی خشکسالی بر روی ۲۳ زیرحوضه در حوضه آبریز قره‌سو- گارگانرود به اجرا درآمد، اما این تحلیل با رویکرد تحلیل فراوانی نقطه‌ای برای هر زیرحوضه صورت پذیرفت. اجرای مطالعات تحلیل فراوانی خشکسالی با رویکرد تحلیل فراوانی منطقه‌ای می‌تواند به‌عنوان مکمل مطالعه حاضر دنبال شود.

سپاسگزاری

این پژوهش، با پشتیبانی مادی و معنوی شرکت سهمی آب منطقه‌ای گلستان به انجام رسیده است.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در ناحیه مورد مطالعه، افزایش تجمعی شدت خشکسالی هواشناسی تا حد زیادی ناشی از افزایش تداوم رویداد خشکسالی است. در مقابل، با افزایش میانگین تداوم رویدادهای خشکسالی هواشناسی در یک بازه زمانی معین، تعداد رویدادهای خشکسالی مشاهده‌شده در یک زیرحوضه کاهش می‌یابد. افزون بر این موارد، در زیرحوضه‌های مورد مطالعه، بین فراوانی رویدادهای خشکسالی هیدرولوژیک با میانگین تداوم خشکسالی رابطه همبستگی معکوس آشکاری وجود دارد.

در مجموع، تابع مفصل گامبل- هوگارد بالاترین میزان کارایی را برای اجرای تحلیل فراوانی رویدادهای خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیک در ناحیه مورد مطالعه نشان می‌دهد. افزون بر این، بر اساس شاخص‌های خشکسالی هواشناسی و خشکسالی هیدرولوژیک مورد استفاده در این مطالعه، دوره‌های بازگشت توأم بزرگ، اغلب در محدوده

منابع

1. Abbasian, M. 2012. Study of joint distribution functions in hydrology using copula. (BS Thesis) Power and Water University of Technology, Tehran, Iran, 92p. (In Persian)
2. Abbasian, M., Jalali, S., and Mousavi Nadoushani, S.S. 2015. Multivariate flood frequency analysis using copula with parametric and nonparametric marginal distribution function. MJCE. 14: 4. 81-92. (In Persian)
3. Amirataee, B., Montaseri, M., and Rezaie, H. 2018. Regional analysis and derivation of copula-based drought Severity-Area-Frequency curve in Lake Urmia basin, Iran. J. Environ. Manage. 206: 134-144.
4. Ayantobo, O.O., Li, Y., Song, S., Javed, T., and Yao, N. 2018. Probabilistic modelling of drought events in China via 2-dimensional joint copula. J. Hydrol. 559: 373-391.
5. Dracup, J.A., Lee, K.S., and Paulson, E.G. 1980a. On the statistical characteristics of drought events. Water Resour. Res. 16: 2. 289-296.
6. Dracup, J.A., Lee, K.S., and Paulson, E.G. 1980b. On the definition of droughts. Water Resour. Res. 16: 2. 297-302.
7. Farrokhnia, A., and Morid, S. 2007. Drought severity and duration analysis by using copulas. 4th National Congress on Civil Engineering. University of Tehran, Tehran, Iran. (In Persian)
8. Ghorbani, M. 2013. Comparison between using of the bivariate generalized pareto distribution and the copula functions approach in low-flow indices analysis. (M.Sc. Thesis) Shahid Beheshti University, Tehran, Iran, 106p. (In Persian)
9. Heim, R.R. 2002. A review of twentieth-century drought indices used in the United States. Bull. Amer. Meteor. Soc. 83: 8. 1149-1166.
10. Hisdal, H., Tallaksen, L.M., Clausen, B., Peters, E., and Gustard, A. 2004. Hydrological drought characteristics. P 139-198, In: Tallaksen, L., van Lanen, H.A.J. (Eds.), Hydrological Drought. Elsevier Science B.V., Amsterdam, the Netherlands.
11. Jakubowski, W. 2006. An application of the bivariate generalized pareto distribution for the probabilities of low flow extremes estimation. Hydrol. Earth Syst. Sci. Discussions. 3: 859-893.
12. McKee, T.B., Doesken, N.J., and Kleist, J. 1993. The relationship of drought frequency and duration to time scales, paper presented at Eighth Conference on Applied Climatology. Am. Meteorol. Soc., Anaheim, CA.
13. Mirabbasi, R., Fakheri-Fard, A., and Dinpazhoh, Y. 2012. Bivariate drought frequency analysis using the copula method. Theor. Appl. Climatol. 108: 191-206.
14. Mirabbasi Najafabadi, R., Fakherifard, A., Dinpashoh, Y., and Eslamian, S.S. 2014. Longterm drought monitoring of Urmia using Joint Deficit Index (JDI). Water and Soil Science. 23: 87-103. (In Persian)
15. Mirakbari, M., and Ganji, A. 2013. A bivariate analysis of meteorological drought duration and severity (case study: Kermnashah province). Iran Water Res. J. 11: 17-25. (In Persian)
16. Nazemi, A., and Elshorbagy, A.A. 2012. Application of copula modelling to the performance assessment of reconstructed watersheds. Stoch. Environ. Res. Risk Assess. 26: 2. 189-205.
17. Nelsen, R.B. 2006. An Introduction to Copulas, Springer, New York.
18. Omid, M., Mohammadzadeh, M., and Morid, S. 2010. The probabilistic analysis of drought severity-duration in Tehran province using copula functions. Iran. J. Soil Water Res. 41: 1. 95-101. (In Persian)
19. Rahimi, L., Dehghani, A., Abdolhosseini, M., and Ghorbani, K. 2014. Flood frequency analysis using Archimedean copula functions based on annual maximum series (Case study: Arazkuseh hydrometric station in Golestan province). Iranian Journal of Irrigation and Drainage. 8: 2. 353-365. (In Persian)

20. Sadri, S., and Burn, D.H. 2012. Nonparametric methods for drought severity estimation at ungauged sites. *Water Resour. Res.* 48: W12505.
21. Shiau, J.T. 2003. Return period of bivariate distributed hydrological events. *Stoch. Environ. Res. Risk Assess.* 17: 1-2. 42-57.
22. Shiau, J.T. 2006. Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water Resour. Manage.* 20: 5. 795-815.
23. Sklar, A. 1959. Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges, Publication of the Institute of Statistics, University of Paris. 8: 229-231.
24. Thilakarathne, M., and Sridhar, V. 2018. Characterization of future drought conditions in the Lower Mekong River Basin. *Weather and Climate Extremes.* 17: 47-58.
25. Tosunoğlu, F., and Onof, C. 2017. Joint modelling of drought characteristics derived from historical and synthetic rainfalls: application of generalized linear models and copulas. *J. Hydrol. Region. Stud.* 14: 167-181.
26. Van de Vyver, H., and Van den Bergh, J. 2018. The Gaussian copula model for the joint deficit index for droughts. *J. Hydrol.* 561: 987-999.
27. Van Loon, A., and Van Lanen, H. 2012. A process-based typology of hydrological drought. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* 16: 1915-1942.
28. Wong, G., Van Lanen, H., and Torfs, P. 2013. Probabilistic analysis of hydrological drought characteristics using meteorological drought. *Hydrol. Sci. J.* 58: 2. 253-270.
29. Xu, K., Yang, D., Yang, H., Li, Z., Qin, Y., and Shen, Y. 2015. Spatio-temporal variation of drought in China during 1961-2012: a climatic perspective. *J. Hydrol.* 526: 253-264.
30. Yang, J., Chang, J., Wang, Y., Li, Y., Hu, H., Chen, Y., Huang, Q., and Yao, J. 2018. Comprehensive drought characteristics analysis based on a nonlinear multivariate drought index. *J. Hydrol.* 557: 651-667.
31. Yevjevich, V. 1967. An objective approach to definitions and investigations of continental hydrologic droughts, Hydrologic Paper No. 23, Colorado State University, Fort Collins.
32. Zelenhastic, E., and Salvai, A. 1987. A method of streamflow drought analysis. *Water Resour. Res.* 23: 1. 156-168.
33. Zhang, L., and Singh, V.P., 2006. Bivariate flood frequency analysis using the copula method. *J. Hydrol. Eng.* 11: 2. 150-164.
34. Zhang, L., and Singh, V.P. 2007a. Bivariate rainfall frequency distributions using Archimedean copulas. *J. Hydrol.* 332: 1-2. 93-109.
35. Zhang, L., and Singh, V.P. 2007b. Trivariate flood frequency analysis using the Gumbel-Hougaard copula. *J. Hydrol. Eng.* 12: 4. 431-439.
36. Zhang, Q., Qi, T., Singh, V. P., Chen, Y. D., and Xiao, M. 2015. Regional frequency analysis of droughts in China: a multivariate perspective. *Water Resour. Manage.* 29: 6. 1767-1787.



Gorgan University of Agricultural
Sciences and Natural Resources

J. of Water and Soil Conservation, Vol. 25(4), 2018

<http://jwsc.gau.ac.ir>

DOI: 10.22069/jwsc.2018.14361.2910

Bivariate drought frequency analysis in Gharesoo-Gorganrud basin by using copulas

***S.S. Mousavi Nadoushani¹, S. Alimohammadi², A. Ahani³, M. Behrouz³
and S.M. Mousavi⁴**

¹Assistant Prof., Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University,

²Associate Prof., Faculty of Civil, Water and Environmental Engineering, Shahid Beheshti University,

³Ph.D. Student, Civil Engineering - Water Resources Engineering and Management, Shahid Beheshti University, ⁴M.Sc. Graduate, Civil Engineering - Water Engineering, Shahid Beheshti University

Received: 02.02.2018; Accepted: 06.12.2018

Abstract

Background and Objectives: The drought is considered to be one of the most important natural phenomenon affecting various aspects of human life. Therefore, understanding how this phenomenon behaves is an important part of the water resources management which is directly related to the concept of drought. Knowledge of frequency of drought events with specified magnitudes can be of great importance in water resources planning and management. This knowledge is provided by using the drought frequency analysis methods. However, because of the multivariable nature of the drought, studying its aspects or variables individually probably cannot result in an efficient and comprehensive knowledge about this phenomenon. Therefore, in recent years, several multivariate methods and techniques have been developed for multivariate drought frequency analysis. The application of copulas in multivariate drought frequency analysis is one of the approaches that has shown a considerable efficiency in this field because of the multivariate nature of drought and the noticeable correlation between its variables. The objective of current research is to study the meteorological and hydrological drought events in Gharesoo-Gorganrud basin and to perform bivariate drought frequency analysis in this basin by copulas based on the drought severity and duration.

Materials and Methods: In the current study, the copulas are utilized to perform bivariate drought frequency analysis in Gharesoo-Gorganrud basin. The drought severity and duration were calculated based on the meteorological and hydrological drought indices for 23 watersheds in the study area and are used in the drought frequency analysis. In addition, the efficiency of different copulas are assessed in each watershed and the return periods corresponding to average values of drought severity and duration are calculated in each watershed. Finally, the maps of return periods of the meteorological and hydrological droughts are plotted for the study area.

Results: There are clear inverse correlations between the meteorological drought frequency and the variables severity and duration in the studied watersheds. In addition, a high correlation is observed between the mean statistics of the two meteorological drought variables severity and duration. Furthermore, there is a clear inverse correlation between the hydrological drought frequency and severity. However, it is observed that the correlation between the hydrological drought severity and duration is much lower than the corresponding value between the meteorological drought severity and duration. This issue can be caused by the effect of the magnitude of the recorded discharge in the watersheds on the value of hydrological drought

* Corresponding Author; Email: sa_mousavi@sbu.ac.ir

severity variable. In general, Gumbel-Hougaard copula shows the highest efficiency for meteorological and hydrological drought frequency analysis in the study area. In addition, the highest values of the joint return period corresponding to the mean values of the drought severity and duration based on most of the assessed indices in this study are observed in the subbasins 18 and 22.

Conclusion: According to the results, in the study area, the cumulative increase of meteorological drought severity is due to increase in the duration of drought events. Also, in general, Gumbel-Hougaard copula can be considered as the most efficient option among the studied copulas for drought frequency analysis in the study area.

Keywords: Bivariate frequency analysis, Copula, Hydrological drought, Meteorological drought

